KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

IBE entuzjaści edukacji

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Komentarze do zestawu zadań CKE z matematyki

eduentuzjasci.pl
www.facebook.com/eduentuzjasci

Instytut Badań Edukacyjnych instytut badawczy
ul. Górczewska 8, 01-180 Warszawa | tel.: +48 22 241 71 00 | ibe@ibe.edu.pl | www.ibe.edu.pl
NIP 525-000-86-95 | Regon 000178235 | KRS 0000113990 Sąd Rejonowy dla m.st. Warszawy w Warszawie

Zadanie 1.

Do poprawnej odpowiedzi uczeń może dojść, wybierając bardzo różne strategie rozwiązywania tego zadania. Głównie właśnie umiejętność wyboru własnej skutecznej strategii jest sprawdzana tym zadaniem. Oczywiście jakąkolwiek strategię uczeń wybierze, musi się także wykazać umiejętnością rozumowania. Obie te umiejętności mocno podkreślone są w wymaganiach ogólnych podstawy programowej.
Uczeń może rozumować na przykład tak: w każdej porcji musi być albo jedna mandarynka, albo dwie, albo trzy itd. Jeśli każda z osób dostanie po jednej mandarynce, to porcji będzie 120, jeśli po dwie, to porcji będzie 60, jeśli po trzy, to porcji będzie 40 itd. Nie może być jednak 120 porcji, bo wówczas w każdej mogło by być po jednej śliwce i użyto by tylko 120 śliwek, a w tekście zadania podano, że użyto 180 śliwek. Jeśli każda z osób dostanie po dwie mandarynki, to porcji będzie 60 i w każdej z nich będą po trzy śliwki. To jest zatem właściwa odpowiedź: porcji jest maksymalnie 60.
Uczeń może też rozumowanie rozpocząć od możliwej liczby porcji, zaczynając od największej z liczb podanych w proponowanych odpowiedziach (90).
Uczeń, który dobrze rozumie i nadzwyczaj sprawnie posługuje pojęciem podzielności, może znaleźć właściwą odpowiedź, szukając wspólnych dzielników liczb 120 i 180 (i wybierając największy z nich).
Jeśli uczeń wskaże jedną z błędnych odpowiedź B lub C, to możliwe, że nie wziął pod uwagę, że pytanie dotyczy maksymalnej liczby porcji. Wskazanie odpowiedzi A może być wynikiem wybrania największej z proponowanych liczb, co może oznaczać niezrozumienia treści zadania.

Zadanie 2.

Uczniowie, którzy nie poradzą sobie z tym zadaniem mają podstawowe trudności z odczytywaniem informacji podanych w tekście lub na diagramie, nie rozumieją najważniejszych własności procentów albo popełniają błędy w najprostszych rachunkach.

Zadanie 3.

Do rozwiązania zadania potrzebna jest umiejętność skojarzenia informacji podanych w tekście zadania i na diagramie oraz umiejętność obliczenia procentu z danej liczby. Wybranie złej odpowiedzi może się też wiązać z kłopotami z zamianą jednostek czasu.

Zadanie 4.

Zadanie sprawdza, czy uczeń rozumie pojęcie pierwiastka kwadratowego. Powodem nie poradzenia sobie z tym zadaniem mogą być też kłopoty ucznia z mnożeniem ułamków dziesiętnych.
Zadanie można rozwiązać, podnosząc do kwadratu każdą z proponowanych odpowiedzi, można też znaleźć odpowiedź, wykonując następujące obliczenia:

$1{,}5129 = \frac{15129}{10000}$, zatem $\sqrt{1{,}5129} = \sqrt{\frac{15129}{10000}} = \frac{\sqrt{15129}}{\sqrt{10000}} = \frac{123}{100} = 1{,}23$

Można też wskazać właściwą odpowiedź, nie wykonując żadnych działań, a tylko szacując wynik pierwiastkowania. Pierwiastek z liczby większej niż 1 i mniejszej niż 4 powinien być liczbą większą niż 1 i mniejszą niż 2. Tylko odpowiedź C spełnia ten warunek.

Zadanie 5.

Aby rozwiązać to zadanie, uczeń musi dobrze rozumieć, jaki jest związek między dodawanymi liczbami a wynikiem dodawania. Konieczna jest też umiejętność posługiwania się modelem matematycznym, jakim jest oś liczbowa, i rozumienie osi liczbowej.
Uczeń może oszacować zaznaczone na osiach liczby i na tej podstawie stwierdzić, na którym rysunku jedna z liczb jest sumą dwóch pozostałych.
Uczeń może także rozwiązać zadanie, analizując każdy z rysunków w następujący sposób: Na rysunkach A, B, i C wszystkie zaznaczone liczby są dodatnie, więc sumą mogłaby być tylko największa z zaznaczonych liczb. Żeby ta liczba rzeczywiście była sumą, jej odległość od bliższej z dwóch pozostałych liczb musi być taka sama jak odległość najmniejszej z liczb od zera. Tak jest tylko na rysunku B. Na rysunku D jedna z liczb jest ujemna i ona nie może być sumą dwóch pozostałych liczb. Odległość między tymi dwiema liczbami dodatnimi jest większa niż odległość najmniejszej z liczb (tej ujemnej) od zera, więc także żadna z nich nie jest sumą dwóch pozostałych.

Zadanie 6.

Do rozwiązania zadania wystarczą wiadomości z zakresu szkoły podstawowej, jednak niezbędna jest także umiejętność rozumowania opanowana na poziomie wykraczającym poza poziom przeciętnego ucznia szkoły podstawowej. Największe kłopoty uczniowie mieć będą zapewne z tym, że mimo pozornego podobieństwa zdań C i D, jedno z nich jest prawdziwe, a drugie fałszywe.
Lepiej z tym zadaniem poradzą sobie ci uczniowie, którzy potrafią weryfikować prawdziwość hipotez matematycznych za pomocą odpowiednio dobranych przykładów. Fakt, że zdanie D jest fałszywe, można stwierdzić, zauważając np., że liczba 12 jest podzielna przez 3 i przez 6, a nie jest podzielna przez 18.

Zadanie 7.

Zadanie sprawdza umiejętność rozumowania, ale do jego rozwiązania konieczna jest także umiejętność interpretacji tekstu matematycznego i pewna swoboda w posługiwaniu się opisem rozmaitych zjawisk za pomocą liczb.

Uczeń może rozwiązać to zadanie, dobierając do każdego z punktów A, B, C przykład pokazujący, że opisana sytuacja jest możliwa, tzn., że można odpowiednio dobrać zawartość każdego z dziesięciu woreczków I tak:

– jeśli w czterech woreczkach będzie po 50 białych koralików, a w pozostałych sześciu woreczkach po 50 czerwonych koralików, to spełniona będzie sytuacja opisana w punkcie A, a także sytuacja opisana w punkcie B.

– jeśli pozostałych 150 białych koralików rozdzielimy do pozostałych dziewięciu woreczków w ten sposób, że w ośmiu woreczkach będzie po 17 białych koralików, a w dziewiątym reszta białych koralików (14), to spełniona będzie sytuacja opisana w punkcie C.

Został więc tylko punkt D.

Uczeń może też od razu zauważyć, że jeśli do rozdzielenia zostało mniej koralików białych niż czerwonych, to nie jest możliwe, by w każdym z pozostałych woreczków było więcej białych koralików.

Zadanie 8.

Zadania o tematyce związanej z prawdopodobieństwem to nowość na egzaminie gimnazjalnym. Do tej pory, mimo że w podstawie programowej były hasła dotyczące prawdopodobieństwa, takie zadania nie pojawiały się w arkuszach egzaminacyjnych.

Błędna ocena prawdziwości pierwszego zdania świadczyć może o niezrozumieniu sytuacji opisanej w zadaniu, a więc o trudnościach w rozumieniu tekstu. Błędna ocena drugiego zdania świadczyć może o niezrozumieniu pojęcia prawdopodobieństwa.

Zadanie 9.

Zadanie sprawdza umiejętność odczytywania informacji z wykresu. Nie wystarczy przy tym umiejętność odczytywania danych liczbowych, potrzebna jest też umiejętność ich interpretowania. Trudność zadania zwiększa konieczność właściwej interpretacji związków między własnościami dwóch przedstawionych wykresów. Najpierw uczeń musi wywnioskować z treści zadania, który z wykresów opisuje podróż jednego z panów, a który – drugiego. Potem, przy każdym z rozważanych zdań, uczeń musi zdecydować, jaką informację powinien odczytać z wykresu, by móc rozstrzygnąć, czy zdanie jest prawdziwe.
Zła ocena prawdziwości pierwszego ze zdań może świadczyć o kłopotach z odczytywaniem informacji z wykresu. Niepoprawna odpowiedź podana przy drugim ze zdań może świadczyć o słabym opanowaniu umiejętności obliczania średniej prędkości (a jest to jedno z wymagań podstawy programowej matematyki).

Zadanie 10.

Zadanie sprawdza, czy uczeń rozumie, jaki jest związek między wzorem funkcji a wartościami tej funkcji i jej wykresem.
Uczeń nie musi wiedzieć, jak wygląda wykres funkcji podanej w zadaniu za pomocą wzoru.
Błędna ocena prawdziwości pierwszego ze zdań może świadczyć o tym, że uczeń nie rozumie, w jaki sposób obliczane są wartości funkcji. Możliwe też jest, że uczeń nie zna własności pierwiastka kwadratowego lub też nie potrafi skorzystać z wiedzy o tych własnościach w innych zagadnieniach matematycznych.
Błędna ocena prawdziwości drugiego zdania może świadczyć o niezrozumieniu przez ucznia związku między wzorem a wykresem funkcji. Może też być wynikiem złej interpretacji współrzędnych punktów w układzie współrzędnych lub błędów rachunkowych przy obliczaniu pierwiastka.

Zadanie 11.

Do rozwiązania zadania wystarczy umiejętność rozwiązywania układów równań Warto jednak zauważyć, że, aby podać właściwą odpowiedź, nie trzeba rozwiązywać układu. Uczeń, który dobrze rozumie znaczenie zapisu algebraicznego, powinien od razu dostrzec, że właściwa odpowiedź C wynika wprost z pierwszego równania.

Zadanie 12.

To klasyczne zadanie sprawdzające, czy uczeń rozumie opisany słowami związek między dwiema wielkościami. Większość uczniów będzie to zadanie rozwiązywała zapewne za pomocą układu równań lub równania. Wówczas typowym błędem jest nieuwzględnienie w zapisie równania faktu, że po przelaniu mleka jego ilość nie tylko zwiększy się w drugim zbiorniku, ale także zmniejszy się w pierwszym. Gdy uczeń popełni taki błąd, zapewne wybierze odpowiedź B. Wybranie odpowiedzi A lub C może wskazywać, że uczeń mechanicznie traktuje zadania tekstowe i bez zrozumienia istoty problemu wykonuje niemal przypadkowe działania na liczbach pojawiających się w treści zadania.
Uczeń może też wybrać strategię rozwiązania nie wymagającą użycia układu równań. Może na przykład umiejętnie rozważyć każdą z proponowanych odpowiedzi. Od razu można odrzucić odpowiedź A (nie jest możliwe, by po odlaniu pewnej ilości mleka z naczynia, w którym jest 175 litrów, zostało w nim 210 litrów – połowa z 420 litrów). Spośród pozostałych odpowiedzi tylko w przypadku, gdy w pierwszym zbiorniku będzie 252 litrów mleka, spełnione zostaną wszystkie warunki opisane w zadaniu. Wtedy bowiem w drugim zbiorniku będzie 168 litrów mleka, a po przelaniu 1/6 zawartości pierwszego zbiornika, czyli 42 litrów, w obu zbiornikach będzie po 210 litrów mleka.

Zadanie 13.

Zadanie ma sprawdzić, czy uczeń rozumie pojęcie średniej arytmetycznej i czy wie, jakie czynniki mają wpływ na zmianę średniej, a jakie – wpływu nie mają. Uczeń będzie w stanie wskazać poprawną odpowiedź, gdy rozumie mechanizmy rządzące średnią arytmetyczną i wie, że średnia arytmetyczna się nie zmieni, gdy nie zmieni się ani całkowita ilość wody, ani liczba naczyń. Uczeń wskaże właściwą odpowiedź także wtedy, gdy potrafi właściwie zinterpretować wzór na średnią arytmetyczną. Przyglądając się temu wzorowi, uczeń powinien umieć wywnioskować, że średnia arytmetyczna nie zmieni się, gdy nie zmieni się ani suma rozważanych wielkości, ani ich liczba.

Zadanie 14.

Zadanie sprawdza, czy uczeń potrafi skorzystać z podstawowych wiadomości dotyczących geometrii prostokąta i trójkąta. Wskazanie którejkolwiek z błędnych odpowiedzi świadczyć może o podstawowych brakach z zakresu geometrii.

Zadanie 15.

Zadanie sprawdza, czy uczeń rozumie pojęcie wysokości trójkąta i dwusiecznej. Błędna ocena prawdziwości pierwszego zdania może świadczyć o niewłaściwym rozumieniu własności dwusiecznej kąta – uczeń może sądzić, że bycie dwusieczną jest integralną własnością półprostej niezależną od kąta. Uczeń może też popełnić tu błąd, gdy nie potrafi zinterpretować na rysunku informacji podanych w tekście zadania.
Błąd popełniony w ocenie drugiego zdania może świadczyć o nieumiejętności rozpoznania wysokości w trójkącie rozwartokątnym.

Zadanie 16.

Zadanie pozwala sprawdzić, czy uczeń potrafi posługiwać się skalą w sytuacjach praktycznych. Najprostszy sposób rozwiązania polega na obliczeniu najpierw rzeczywistych wymiarów podłogi, a następnie jej powierzchni. Po drodze uczeń musi umieć zamienić jednostki długości. Bardziej skomplikowany sposób to obliczenie powierzchni podłogi na planie, a potem pomnożenie otrzymanego wyniku przez 50^2 i odpowiednia zamiana jednostek. Uczeń wybierający odpowiedź A najprawdopodobniej ma poważne problemy z rozwiązywaniem zadań tekstowych albo nawet ze zrozumieniem ich treści. Taka odpowiedź sugeruje, że uczeń wykonał mnożenie liczb występujących w zadaniu bez wnikania w sens takiego działania i zupełnie nie interesował się jednostkami długości i pola.

Zadanie 17.

To nietypowe dla dotychczasowych egzaminów zadanie sprawdza przede wszystkim, czy uczeń potrafi wywnioskować własność konstruowanej figury z podanego sposobu jej konstruowania. Z zadaniem nie powinni mieć kłopotu uczniowie, którzy konstruowali wcześniej okręgi opisane na trójkącie i wpisane w trójkąt oraz wiedzą, dlaczego używane przez nich sposoby konstruowania są skuteczne. Kłopoty natomiast mogą mieć uczniowie, którzy konstrukcji uczyli się na pamięć i nie wiedzą teraz, która ze znanych im metod daje okrąg opisany, a która – wpisany.

Zadanie 18.

Z tym prostym zadaniem mogą mieć kłopoty uczniowie, którzy nie mają dostatecznie wyrobionej wyobraźni przestrzennej. Z jednego (któregokolwiek) rysunku podanego w zadaniu nie można wywnioskować, z ilu klocków składa się bryła. Uczeń musi połączyć informacje dające się odczytać z obu rysunków.

Zadanie 19.

Zadanie zostało tak sformułowane, by sprawdzić nie tylko, czy uczeń potrafi wskazać właściwą odpowiedź, ale także, czy potrafi dobrać odpowiedni argument uzasadniający wybór odpowiedzi. Wybór niepoprawnej odpowiedzi może świadczyć o braku umiejętności związanych ze stereometrią lub o popełnieniu błędów rachunkowych. Dobranie złego argumentu do poprawnej odpowiedzi może świadczyć o mechanicznym wykonywaniu obliczeń lub braku umiejętności argumentacji.

Zadanie 20.

Aby wskazać właściwą odpowiedź w tym zadaniu nie wystarczy umiejętność obliczania objętości ze wzoru. Zadanie sprawdza, czy uczeń rozumie, jak objętość zależy od wysokości naczyń. Warto zwrócić uwagę, że tego typu zadania sprawdzać będą rozumienie badanych pojęć tylko wtedy, gdy uczniowie rozwiązują takie zadanie po raz pierwszy. Chodzi przecież o to, by uczniowie wykazali się umiejętnością rozumowania, a nie zapamiętywali kolejne własności. Należy się więc spodziewać, że w arkuszach egzaminacyjnych zadania sprawdzające tę umiejętność zawsze będą nietypowe i nie da się ich „nauczyć" metodą wielokrotnego rozwiązywania takich samych zadań. Wskazanie przez ucznia którejkolwiek z błędnych odpowiedzi może oznaczać, że zagadnienia związane z obliczaniem objętości opanował on co najwyżej na poziomie umiejętności podstawiania do wzoru danych liczbowych.

Zadanie 21.

Uczniowie mogą rozwiązać to zadanie wybierając rozmaite strategie, choć zapewne najczęściej posłużą się równaniem lub układem równań. Niektórzy tylko dojdą do rozwiązania metodą prób – kolejno sprawdzając różne możliwe liczby dziewcząt i chłopców. Warto zwrócić uwagę na proponowany sposób oceniania. Uznano w nim, że pokonaniem zasadniczej trudności zadania (czego skutkiem jest zdobycie dwóch z trzech punktów) jest poprawne ułożenie równania lub układu równań albo dokonanie pełnego przeglądu możliwości. Zatem głównym celem zadania jest sprawdzenie, czy uczeń potrafi zmatematyzować opisany w zadaniu problem, a nie np. umiejętność rozwiązywania układu równań (choć ta umiejętność też jest punktowana).

Zadanie 22.

Zadania, w których uczeń musiał podać uzasadnienie faktów matematycznych, nie pojawiały się w dotychczas w arkuszach egzaminacyjnych. W tym zadaniu geometrycznym sprawdzane są nie tylko różne wiadomości o kątach w równoległoboku i trójkącie, ale przede wszystkim umiejętność kojarzenia tych faktów i formułowania wniosków. W proponowanym sposobie oceniania tego zadania nie wymaga się od ucznia precyzyjnego zapisania argumentów, bo dla gimnazjalistów może to być zbyt trudne. Ważne jest, by uczeń wiedział, jakie fakty powinien kolejno wykorzystać, by przekonać się, że dwusieczne są prostopadłe. W jakiej formie zapisze swoje wnioski jest na razie mniej istotne.

Zadanie 23.

Aby rozwiązać to zadanie, uczeń musi mieć odpowiednio wyrobioną wyobraźnię przestrzenną, ale to nie wystarczy do pełnego rozwiązania. Uczeń powinien dostrzec znaną sobie bryłę w innej, bardziej złożonej bryle. Zasadniczą trudnością jest zatem zauważenie, że bryła składa się z dwóch brył, a jedna z nich jest graniastosłupem prawidłowym trójkątnym. To wystarczy do zdobycia połowy punktów. Jeśli uczeń nie posunie rozwiązania dalej, może to oznaczać, że nie jest przyzwyczajony do graniastosłupów położonych w niestandardowy sposób (tzn. tak, że krawędzie boczne nie są pionowe). Kolejny próg uczeń pokona, gdy potrafi zastosować właściwą metodę obliczania objętości tak nietypowo położonego graniastosłupa. Warto zwrócić uwagę, że w tym zadaniu błędy rachunkowe nie są zbyt dotkliwie karane, bo sprawdzana jest tu głównie umiejętność posługiwania się własnościami brył.

Polecamy nasze zadania

bnd.ibe.edu.pl

eduentuzjasci.pl/diagnoza

Dokument powstał w ramach projektu "BADANIE JAKOŚCI I EFEKTYWNOŚCI EDUKACJI ORAZ INSTYTUCJONALIZACJA ZAPLECZA BADAWCZEGO"